6 IKT i geometriundervisningen

Matematikk som fag står i en særstilling når det gjelder databehandling. Prinsippene som ligger til grunn for datamaskinenes virkemåte kan oppfattes som matematikk.

I norsk skole kom datamaskiner mange steder først i bruk i data valgfag på ungdomstrinnet. Programmeringsspråket var stort sett BASIC og lagringsmediet ofte lydkassetter. Senere kom de personlige datamaskinene, PC, som førte til bruk av tekstbehandling og en mengde programmer for øvrig. Lagringen ble nå disketter og harddisker. I dag er det økende bruk av datamaskiner i et verdensomspennende nettverk på Internett og maskiner som kan benytte multimedia, dvs. med utstrakt bruk av bildebehandling med video og lydeffekter.

Pedagogisk programvare er programmer brukt i en pedagogisk hensikt (Minken og Stenseth, 1992). Med denne vide definisjonen vil også verktøyprogrammer som regneark kunne være pedagogiske programmer. Mange programmer som er laget i en pedagogisk hensikt har en enkel pedagogisk tilnærming ved at de gir respons på et spørsmål i form av straff eller belønning. Straffen kan være at det ikke skjer noe på skjermen eller at svaret kommer opp uten belønning eller at det gir negative «sanksjoner» i programmet. Tilsvarende positiv belønning hvis svaret er riktig. Dette er ofte oppgaver av typen drill, som ikke må ekskluderes fordi det kan gi en variasjon i undervisningen, men som egner seg svært dårlig som førsteinnføring eller hoveddel for læring av matematikk.

I geometri finnes også andre typer programmer, som LOGO, som er et programmeringsspråk med en grafisk mulighet, utviklet av S. Papert. Programmet går ut på å gi kommandoer til en markør for å få denne til å bevege seg over skjermen. Når markøren flytter seg, vil den etterlate et «spor». Dette sporet kan så danne geometriske figurer. Ved å sette sammen kommandoer, kan man lage sammensatte figurer, som mosaikkmønsteret i figur 3.48. Her er det mulig å leke og samtidig utvikle geometriske begreper som vinkel og retning, men også eksperimentering med gjentakelser og enkle algoritmer er mulig. Ulempen med programmet er den høye grad av språkavhengighet. Alle operasjoner må programmeres inn og kles i et presist og utvetydig språk i motsetning til mange av dagens programmer som har et ikonisk konsept der valg foretas ved å klikke på alternativer i stedet for å måtte skrive inn kommandoer.

matemania

Denne teksten er hentet fra *Matematiske sammenhenger: Geometri*.
Skrevet av Hans Jørgen Brucker og Christoph Kirfel.
Utgitt av Caspar forlag as – www.caspar.no

Programmet er ikke selvinstruerende og krever en viss tid for innlæring før man kan begynne å bruke det.

Andre program, som Cabri, Geometriassistent, Geometrix eller Geometer's Scetchpad, gjør at man kan arbeide dynamisk med geometriske figurer på dataskjermen. Dynamisk vil si at man kan tegne en geometrisk figur og deretter ta tak i et punkt og flytte dette. Hvis man samtidig har konstruert andre punktmengder som midtnormaler, sirkler eller parallelle linjer, vil disse konstruerte punktene også følge etter når figuren endres.

Disse programmene er relativt enkle å komme i gang med. De har et ikonisk konsept og har ofte en enkel tegningskomponent som gjør det mulig å lage tegninger med enkle geometriske elementer som sirkler og linjer. Samtidig kan programmet fungere som konstruksjonsverktøy i og med at klassiske konstruksjoner (midtnormal, halveringslinje, osv.) er innebygd og kan anvendes på tegnete objekter ved et enkelt klikk. Programmene er ofte utstyrt med måleinstrumenter slik at det går an å sammenlikne linjestykkers lengder, eller vinklers størrelse i en tegning. Det som er nytt for denne generasjon «tegneprogrammer» er som nevnt det dynamiske elementet. Ved å peke på et objekt og dra det over skjermen er det lett å forandre tegninger. Samtidig er det mulig å beholde konstruksjoner. Dvs. en linje som var konstruert som en midtnormal til et linjestykke forblir alltid midtnormal selv om linjestykket som dannet utgangspunktet blir flyttet eller forandret. Da følger også midtnormalen med, flytter seg og snur seg ettersom det trengs. På denne måten får brukeren mulighet til selv å lage et «uendelig» mangfold av eksempler. Ved å lage en trekant og så dra i et hjørne og flytte dette over skjermen får brukeren prøvd ut uendelig mange situasjoner, noe som opplagt er umulig med papir og blyant. Slik gir programmet muligheter for egne «oppdagelser» og støtter elever som ønsker å lage egne hypoteser og prøve dem ut.

Disse nye verktøyene legger til rette for å gi utforskende oppgaver som å undersøke egenskaper til geometriske steder eller tegne mønstre eller logoer. Slik kan bevisstgjøring omkring geometrien økes, samtidig som det kan være motiverende å arbeide med geometriske objekter på en utforskende og variert måte. Dynamiske geometriverktøy kan være aktive hjelpemidler i en oppbygningen av elevers begreper i konstruktivistisk forstand (Fuglestad, 1999).

Oppgavene under kan løses ved å bruke dynamisk geometri.

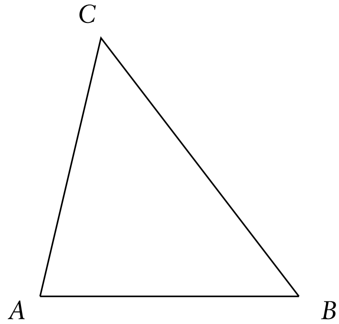
Oppgave 6.1

Gjør deg kjent med et dynamisk geometriprogram. Prøv å framstille geometriske steder (midtnormal, halveringslinje, osv.). Vis ved målinger at de geometriske stedene er slik de er definert.

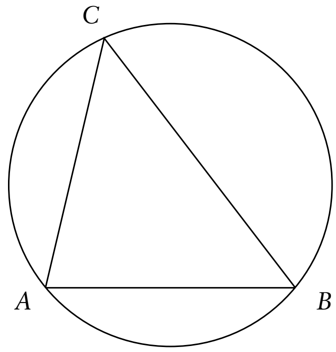
Oppgave 6.2
Tegn en trekant. Mål vinklene. Hva skjer med vinkelsummen når du flytter et trekanthjørne rundt på skjermen?
Gjør tilsvarende for firkanter og femkanter. Prøv å sette fram en hypotese om vinkelsummen i en *n*-kant. Vis hypotesen din.

Oppgave 6.3 (Omsenter, se også kapittel 3.4)

a) Tegn en trekant *ABC*. Konstruer midtnormalen på to av sidene i trekanten. Sett navn på skjæringspunktet mellom de to midtnormalene.
b) Konstruer også den tredje midtnormalen. Hvordan treffer den? Hva ser du? Gjelder dette alltid? Undersøk dette ved å gripe fatt i ett av hjørnene og flytt dette hjørnet.
c) Vi skal omskrive trekant *ABC* med en sirkel. Det betyr at vi skal konstruere en sirkel som «går gjennom» alle tre hjørnene i trekanten.
Vi vet at sentrum *S* ligger like langt fra *A* som fra *B*, og derfor må sentrum ligge på midtnormalen til linjestykket *AB*. Det samme gjelder for *B* og *C* og for C og *A*. Der midtnormalene skjærer hverandre, ligger sentrum *S*. Omskriv nå trekanten *ABC* med en sirkel.
d) Kan omsenteret ligge utenfor trekanten? Hva finner du ut om vinklene i trekanten når omsenteret ligger *på* en av sidekantene?



Figur 6.1



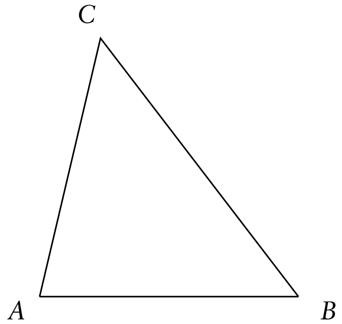
Figur 6.2

Denne teksten er hentet fra *Matematiske sammenhenger: Geometri*.
Skrevet av Hans Jørgen Brucker og Christoph Kirfel.
Utgitt av Caspar forlag as – www.caspar.no

Oppgave 6.4 (Innsenter, se også kapittel 3.4)

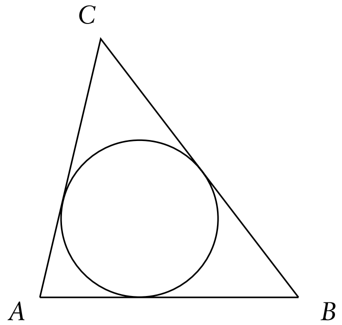
a) Tegn en trekant *ABC*. Konstruer halveringslinjen til to av vinklene i trekanten. Sett navn på skjæringspunktet mellom de to halveringslinjene. Konstruer den tredje halveringslinjen. Hvordan treffer den?

b) Lag en makrokonstruksjon for skjæringspunktet mellom halveringslinjene til vinkelene i en trekant.



Figur 6.3

c) En sirkel skal innskrives i en trekant. Vi skal konstruere en sirkel som tangerer alle tre sidene i trekanten. Siden sirkelen tangerer sidene *AB* og *AC*, må sentrum ligge langt fra *AB* som fra *AC*, og altså på halveringslinjen fra vinkelen *A*. Det samme gjelder for sidene *AB* og *BC* og for sidene *BC* og *CA*. Dermed ligger sentrum i skjæringspunktet for halveringslinjene.



Figur 6.4

d) Fra sirkelens sentrum konstruer vi normalen på en side i trekanten. Normalens fotpunkt er et punkt som ligger på sirkelen. Konstruer nå en sirkelen som er inskrevet i trekant *ABC*. Lag en makrokommando som konstruerer innsenteret i en gitt trekant. Flytt et hjørne i trekanten og følg med innsenterets bevegelse.

e) I forrige oppgave så vi at omsenteret til en trekant kan ligge utenfor selve trekanten. Kan også innsenteret til en trekant ligge utenfor?

Oppgave 6.5

Tegn figuren i oppgave 3.34. Løs det siste spørsmålet ved dynamisk geometri.

Oppgave 6.6

Løs oppgavene 3.49 og 3.50 ved å tegne og bruke dynamisk geometri.

Oppgave 6.7
«Karveskurdmønsteret» finner du i figur 5.14. Lag et slikt mønster med et dynamisk tegneredskap.

Oppgave 6.8
Lag en makrokommando som tegner et kvadrat når en side er gitt.

Oppgave 6.9
Tegn en firmalogo med et dynamisk tegneprogram. F. eks. stjernen til bilmerket Mercedes.

Oppgave 6.10
Illustrer med et dynamisk geometriprogram. I en trekant gjelder følgende:

a) Medianene møtes i et punkt. (En median forbinder et hjørne med midtpunktet på motstående side.)
b) Midtnormalene møtes i et punkt.
c) Halveringslinjene (vinkelhalvering) møtes i et punkt.
d) Høydene møtes i et punkt.
e) Lag makrokommandoer som konstruerer disse forskjellige «sentrene» for en gitt trekant. Bruk forskjellige farger.
f) Kan de respektive «sentrene» ligge utenfor trekanten? Hvordan vil et slikt senter «forlate trekanten»?

Oppgave 6.11
Eulers linje er linjen fra den omskrevne sirkelens midtpunkt til ortosenteret (der høydene møtes). Illustrer at tyngdepunktet (medianenes skjæringspunkt) ligger på denne linjen. Si noe om delingsforholdet.

Oppgave 6.12
Tegn en likesidet trekant. Velg et punkt i det indre og mål avstandene fra de tre sidene. Velg et nytt punkt i det indre. Mål igjen avstandene fra sidene. Sammenlikn. Formuler en hypotese. Prøv å vise hypotesen.

6.1 Ekstrautfordringer

Oppgave 6.13
Lag en makrokommando som deler et gitt linjestykke i tre.

Oppgave 6.14
Periferivinkelsetningen i geometrien sier følgende: Gitt en sirkel og en korde *AB* i denne sirkelen. Korden deler sirkelen i to deler. Velger vi nå et punkt *C* på periferien i den ene delen av sirkelen så vil vinkelen *ACB* alltid være den samme uansett hvor vi velger *C* på periferien i denne delen av sirkelen.

a) Illustrer periferivinkelsetningen med et dynamisk geometriprogram.
b) Hva med vinkelen i den andre delen av sirkelen?
c) Sammenlikn periferivinkelen og sentralvinkelen. Sentralvinkelen har sirkelens senter som toppunkt.

Oppgave 6.15
Nipunktsirkelen for trekanter. Høydenes fotpunkter, sidenes midtpunkter og halveringspunktene på linjestykkene mellom ortosenter og hjørnene ligger på en sirkel. Illustrer dette med et dynamisk geometriprogram. Bruk gjerne makrokommandoer. Husk: Ortosenterer er det punktet der høydene møtes.

Oppgave 6.16
Pappus' setning sier følgende: Vi har gitt to linjer og tre punkter *A*, *B* og *C* på den ene og tre punkter *A*', *B*' og *C*' på den andre. Vi trekker nå forbindelseslinjene *AB*', *AC*', *BA*', *BC*', *CA*' og *CB*' og ser på følgende skjæringspunkter: *AB*' med *A*'*B* dessuten *AC*' med *A*'*C* og til slutt *BC*' med *B*'*C*. Hva oppdager du? Illustrer!

Mange gode oppgaveforslag finner du i Breiteig og Fuglestad: *Data i matematikken*.