

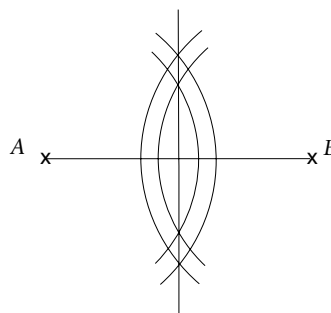
### 3.4 Geometriske steder

Geometriske steder er punkter eller punktmengder som følger visse kriterier; dvs. ligger på bestemte steder i forhold til andre punkter eller punktmengder. Av disse kan man definere mange, men vanligvis følgende:

#### 1) Midtnormal

Gitt to punkter  $A$  og  $B$ . En midtnormal er definert som de punkter som ligger like langt fra  $A$  som fra  $B$ .

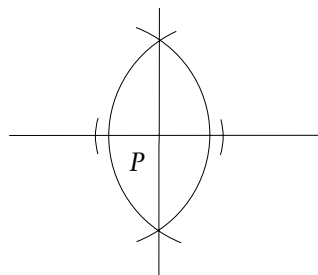
Dette kan konstrueres ved at man tar en passeråpning som er større enn halvparten av avstanden mellom  $A$  og  $B$ . Setter passeren i  $A$  og slår en bue mot  $B$ , og i  $B$  slår en bue mot  $A$  med samme passeråpning. Der buene skjærer hverandre, får vi to punkter som ligger like langt fra  $A$  som fra  $B$ . Hvis man gjentar dette med en annen passeråpning, vil man få to nye punkter. Ved å konstruere stadig nye punkter, vil man se at punktene ligger på en rett linje. Alle punktene på denne linjen er like langt fra  $A$  som fra  $B$  og linjen står samtidig normalt (vinkelrett) på linjen gjennom  $A$  og  $B$ . Egenskaper ved denne konstruksjonen er også brukt i andre konstruksjoner av normaler.



Figur 3.3

#### Oppreise en normal

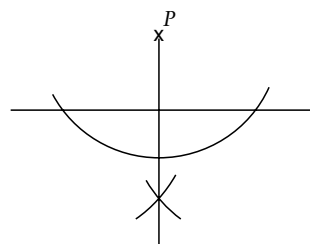
Gitt et punkt  $P$  på en linje. Sett passeren i punktet  $P$  og slå en bue som treffer linja på hver side av punktet  $P$ . Sett passeren i hver av de to punktene, øk passeråpningen, slå en bue med samme passeråpning. Trekk til slutt en rett linje gjennom punktene der de to buene skjærer hverandre og  $P$ .



Figur 3.4

#### Nedfelle en normal

Gitt et punkt  $P$  utenfor en linje. Sett passeren i  $P$  og slå en bue som treffer linjen i to punkter. Slå en bue med samme passeråpning rundt hvert av disse punktene. Trekk til slutt en rett linje gjennom et av punktene der buene skjærer hverandre og punktet  $P$ .



Figur 3.5

### Oppgave 3.8

Hvilke likheter er det mellom konstruksjon av midtnormal og de andre normalkonstruksjonene?

### II) Parallele linjer

Gitt en rett linje  $l$ . Parallele linjer er definert som de punktene som ligger i en bestemt avstand fra linjen  $l$ .

Resultatet blir at man får en linje på hver side av  $l$ . Med avstand mener man hele tiden korteste avstand.

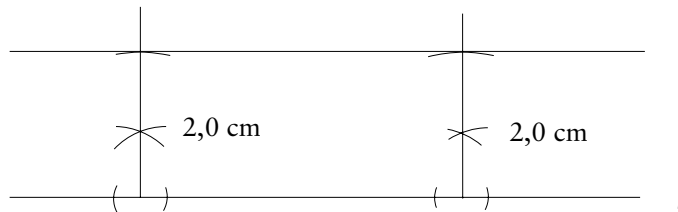
#### Eksempel

Vi skal konstruere en linje som er parallell med en linje  $l$  med avstand 2,0 cm.

Det er flere måter å konstruere parallelle linjer på.

#### Konstruksjon ved hjelp av to normaler:

Merk av to vilkårlige punkter på linjen  $l$ . Oppreis normaler i de to punktene. Slå sirkler med radius 2,0 cm om begge fotpunktene og finn skjæringspunktene med de to normalene på den ene siden av linjen  $l$ . Trekk en ny linje gjennom disse to skjæringspunktene.

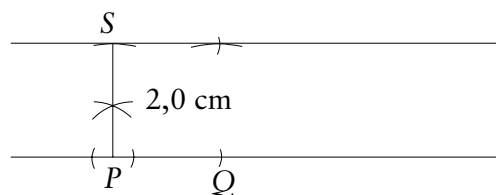


Figur 3.6

#### Konstruksjon ved hjelp av en normal:

Konstruer en normal i et vilkårlig punkt  $P$  på  $l$ . Slå en bue med radius 2,0 cm om punktet  $P$ . Skjæringspunktet med normalen kaller vi for  $S$  og skjæringspunktet med linjen  $l$  kaller vi for  $Q$ .

Slå en bue fortsatt med radius 2,0 cm fra  $Q$  og fra  $S$ . Trekk parallellen gjennom  $S$  og skjæringspunktet mellom buene.



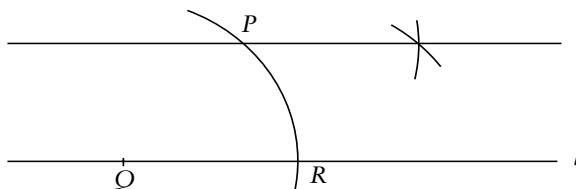
Figur 3.7

## Parallellkonstruksjon (evt. Rombe)

### Eksempel

Konstruer en linje som går gjennom et punkt  $P$  og som er parallell med en gitt linje  $l$ .

Sett av et vilkårlig punkt  $Q$  på linjen  $l$ . Sett passeren i  $Q$ , med passeråpning  $QP$ . Slå en bue, finner da  $R$  på  $l$ . Behold passeråpningen og slå en bue fra  $R$  og fra  $P$ . Trekk en linje gjennom  $P$  og det punktet der buene fra  $R$  og  $P$  treffer hverandre. Denne linjen vil da være parallell med  $l$ .



Figur 3.8

### III) Halveringslinje

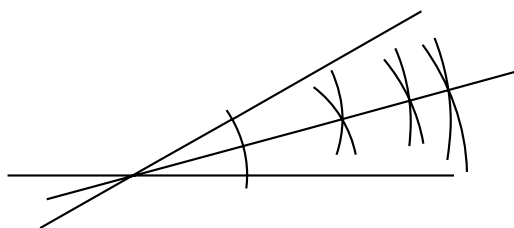
Gitt to rette linjer som skjærer hverandre. Halveringslinje er definert som alle punkter som ligger like langt fra hver av de to linjene.

En halveringslinje vil dele vinkelen mellom linjene i to like store deler. Det vil alltid være to halveringslinjer mellom to linjer som skjærer hverandre. Hvor stor er vinkelen mellom halveringslinjene?

#### Konstruksjon av halveringslinje:

Sett passeren i skjæringspunktet mellom de to linjene og slå en bue som skjærer begge linjene. Sett passeren i hver av de to skjæringspunktene og slå en bue med samme passeråpning. Der disse buene treffer hverandre, er et punkt på halveringslinjen.

Dette kan gjentas mange ganger slik at man får stadig flere punkter som er like langt fra hver av linjene. Ved å undersøke punktene, kan man se at de ligger på en rett linje som går gjennom skjæringspunktet mellom linjene.



Figur 3.9

Ved senere konstruksjoner er det tilstrekkelig å konstruere et av punktene på halveringslinjen og deretter trekke en rett linje gjennom dette punktet og skjæringspunktet mellom linjene. Starter linjen fra skjæringspunktet mellom linjene, kalles dette halveringsstråle.

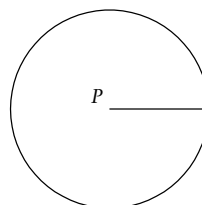
#### IV) Sirkel

*Gitt et punkt  $P$ . Alle punktene som ligger i en bestemt avstand fra  $P$ , ligger på en sirkelbue.*

##### Eksempel

Punkter som ligger 3,0 cm fra  $P$ .

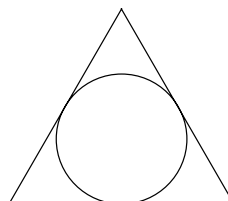
Punkter som har kortere avstand fra  $P$  enn 3,0 cm ligger innenfor sirkelbuen, mens de punktene som har lengre avstand fra  $P$  enn 3,0 cm ligger utenfor sirkelbuen.



Figur 3.10

##### Innsenter

En sirkel som er innskrevet i en trekant vil si at sirkelen i sin helhet ligger innenfor/på trekanten, slik at sidene i trekanten er tangenter til sirkelen. Senteret til en slik sirkel kaller vi for innsenter.



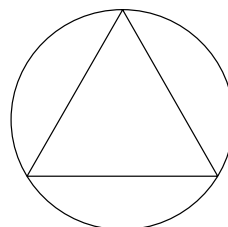
Figur 3.11

##### Oppgave 3.9

Gitt en trekant. Hvordan finner man sentrum i sirkelen som er innskrevet i trekanten ved konstruksjon?

##### Omsenter

En sirkel som omskriver en trekant betyr at trekanten i sin helhet ligger innenfor/på sirkelen, slik at hjørnene i trekanten er punkter på sirkelbuen. Senteret til en slik sirkel kaller vi for omsenter.



Figur 3.12

##### Oppgave 3.10

Gitt en trekant. Hvordan finner man sentrum i sirkelen som omskriver trekanten ved konstruksjon?

### Oppgave 3.11

Hvilke geometriske steder er brukt for å finne sentrum i sirklene i de to siste oppgavene?

### Oppgave 3.12 Postkasseproblemet.

A og B er to hytter som skal ha en felles postkasse. Den skal ligge ved veien og like langt fra hver hytte.

Lag en konstruksjon som viser hvor postkassen må ligge.

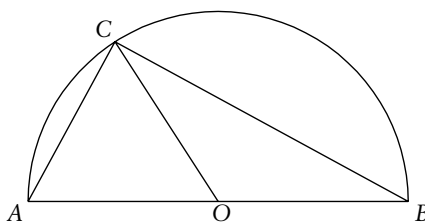


Figur 3.13

### V) Thales setning (Femte geometriske sted)

*I trekanten ABC er AB diameter i en sirkel mens C ligger på sirkelens periferi. Da er vinkelen ved C rett.*

Gitt en halvsirkel. AB er diameter i sirkelen, O er sentrum. Gitt et punkt C på sirkelbuen. Trekk AC, BC og CO.



Figur 3.14

Trekantene AOC og OBC er likebeinte. Hvordan kan man vite det? Kall  $\angle OAC$  for  $u$  og  $\angle OBC$  for  $v$ . Hvorfor er  $\angle ACB = u + v$ ? Forklar at  $\angle ACB = 90^\circ$ .

### Eksempel: Konstruksjon av tangent.

Gitt en sirkel med sentrum i O og radius 2,5 cm og et punkt A i en avstand 6,0 cm fra O. Konstruer en tangent til sirkelen gjennom A.

Ved å halvere linjestykket AO (midtnormal) og slå en halvsirkel med dette midtpunktet som sentrum og avstanden til A (eller O) som radius, kan man trekke tangenten fra A gjennom skjæringspunktet mellom halvsirkelen og den oppgitte sirkelen.

### Oppgave 3.13

- Gitt to linjer  $l$  og  $m$  som ikke er parallelle. Finn de punktene som er like langt fra  $l$  som fra  $m$  og som samtidig er 2,0 cm fra  $l$ .
- Gitt to punkter  $A$  og  $B$  i avstand 5,0 cm fra hverandre. Finn de punktene som ligger like langt fra  $A$  som fra  $B$  og samtidig 4,0 cm fra  $A$ .
- Lag oppgaver selv der kombinasjoner av geometriske steder skal benyttes for å løse oppgavene.

### Oppgave 3.14

- Konstruer en firkant  $ABCD$  der  $AB=10,0$  cm,  $BD=8,0$  cm og  $\angle ADB=90^\circ$ .  $C$  er like langt fra  $B$  som fra  $D$  og  $\angle BDC=45^\circ$ .
- Hvilke geometriske steder er brukt i oppgaven?

—ooOOoo—

De to oppgavene over inneholder geometriske steder, slik de er definert på sidene foran og nye geometriske steder som framkommer som kombinasjoner av disse. Det finnes mange andre. Man kan definere egne geometriske steder enten ved å ta utgangspunkt i de over eller ved å gi egne kriterier. Oppgaven under er et eksempel på andre kriterier for geometriske steder:

### Oppgave 3.15

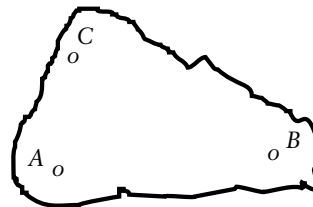
- Gitt to rette linjer som skjærer hverandre. Hvor er de punktene som er dobbelt så langt fra den ene linjen som fra den andre?
- Gitt to punkter  $A$  og  $B$ . Hvor er de punktene som er dobbelt så langt fra  $A$  som fra  $B$ ?
- Lag tilsvarende oppgaver selv. Diskuter mulig løsninger.

### Oppgave 3.16

På en liten sydhavsøy (se kartet) er det tre malingsfabrikker som forurensrer terrenget. Det skal graves en brønn til drikevannet på øya. Hvilket punkt på øya ligger lengst fra de tre fabrikkene?



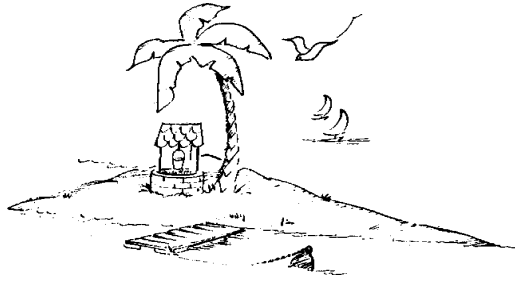
Figur 3.16



Figur 3.15

Diskuter oppgaven når øya har en annen form.

**Oppgave 3.17**  
Ei øy har form som en trekant. Det skal graves en brønn der hvor tilsiget av sjøvann er minimalt. Hvilket punkt på øya ligger lengst fra havet?



Figur 3.17