

### 3.3 Konstruksjoner

Med konstruksjoner mener man en tegnemessig bestemmelse av figurer med gitte egenskaper ut fra gitte størrelser. I tradisjonell skolegeometri bruker vi begrepet konstruksjoner når det benyttes bare passer og linjal, med den spesielle forutsetning at passeren skal brukes til å slå sirkler med bestemt radius og sentrum, og linjalen bare skal brukes til å trekke rette linjer gjennom to gitte punkter. I skolematematikken har konstruksjoner ved hjelp av passer og linjal spilt en stor rolle. Gjennom historien har det vært kjent at andre redskaper kan brukes til konstruksjoner som kan løse problemer passer og linjal ikke kan. Med dagens IT-muligheter vil det være mulig å benytte utforskende aktiviteter for å konstruere figurer på en dataskjerm med større nøyaktighet enn det man kan klare med passer og linjal på papiret. Se også kapittel 6.

Lorenzo Mascheroni (1797) viste at enhver konstruksjon som kan utføres med passer og linjal også kan utføres bare med passer

hvis en rett linje regnes for å være kjent når man har funnet to punkter på den. Alle konstruksjoner kan også utføres utelukkende med linjal hvis en fast sirkel med gitt sentrum er tegnet.

Tre problemer som har beskjefteget matematikere i flere tusen år er konstruksjon av

- vinkelens tredeling. Gitt en tilfeldig vinkel. Del vinkelen i tre ved å bruke passer og linjal.
- sirkelens kvadratur. Gitt en sirkel. Konstruer et kvadrat som har samme areal som sirkelen.
- kubens fordobling. Gitt en terning. Konstruer en ny terning som har dobbelt så stort volum. Problemet stammer fra legenden om oraklet i Delfi. Innbyggerne på den greske øya Delos hadde blitt rammet av pest og henvendte seg til oraklet for å få hjelp. Oraklets svar var at de skulle bygge et alter som var dobbelt så stort som det de hadde. Det opprinnelige alteret hadde form som en terning.

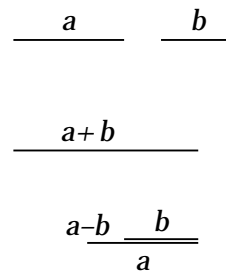
Disse konstruksjonene virker enkle, men viser seg ikke mulig å få til med passer og linjal, noe som også er bevist på flere måter. Franskmannen Wantzel viste i 1837 at det første og siste problemet var uløselig, i 1882 viste Lindemann at det andre problemet også var uløselig. Det er imidlertid mulig å få til konstruksjoner som gir en tilnærmet løsning som er svært nær den riktige.

Fra gresk tradisjon har konstruksjoner spilt en viktig rolle, i det størrelser kunne oppgis ved punkter, flater eller linjer. For eksempel ved å oppgi to linjestykker,  $a$  og  $b$ , kan man vise at disse linjestykkene kan adderes og subtraheres ved konstruksjon så lenge differansen blir et positivt linjestykke.

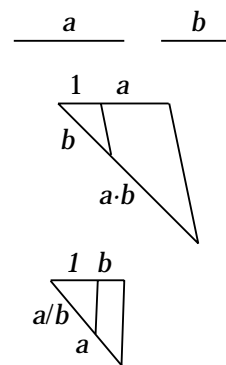
Det er også mulig å addere 3 av linjestykket  $a$  og 2 av linjestykket  $b$  eller konstruere  $3a-2b$ . Linjestykker kan altså adderes og subtraheres.

Ved å sette sammen linjestykkene  $a$  og  $b$  som på figuren, kan man ut fra betraktninger om formlike trekanter vise at man også kan multiplisere og dividere linjestykker. Formlike trekanter blir beskrevet senere i kapitlet. Utregningen kan man derfor komme tilbake til.

Kvadratrotten kan tilsvarende konstrueres ved mellomproporsjonalen, slik det er beskrevet senere i kapitlet.



Figur 3.1



Figur 3.2