3.11 Volum og overflate

Volum måles vanligvis med enhetene: 1 kubikkmillimeter (mm^3), 1 kubikkcentimeter (cm^3), 1 kubikkdesimeter (dm^3) og 1 kubikkmeter (m^3). Ofte brukes også 1 liter og 1 desiliter (dl). (1 l = 1 dm^3) Ved store eller små mengder brukes milliliter (ml) eller hektoliter (hl). 1 ml = 1 cm^3 og 1 hl = 100 l = 0,1 m^3.

For innlæring av volum eller hulmål er det nyttig at elevene får erfare hvor mye de forkjellige målene innebærer. Det kan være interessant at de får eksperimenter og prøve seg fram til fornuftige enheter selv. Det åpner seg da muligheter for integrering med andre fag, som heimkunnskap og forming.

matemania

Denne teksten er hentet fra *Matematiske sammenhenger: Geometri*.
Skrevet av Hans Jørgen Brucker og Christoph Kirfel.
Utgitt av Caspar forlag as – www.caspar.no

Omgjøring

Hvor mange dm^3 er det i 1 m^3? En måte å vise dette på kan være å si følgende: $1\ m^3 = 1\ m \cdot 1\ m \cdot 1\ m = 10\ dm \cdot 10\ dm \cdot 10\ dm = 1000\ dm^3$. Tilsvarende blir det for de andre enhetene.

Oppgave 3.73

I noen sammenhenger, som f. eks. i oppskrifter, finnes det andre mål for volum enn de som er brukt her, som f. eks. kopp, teskje eller annet.

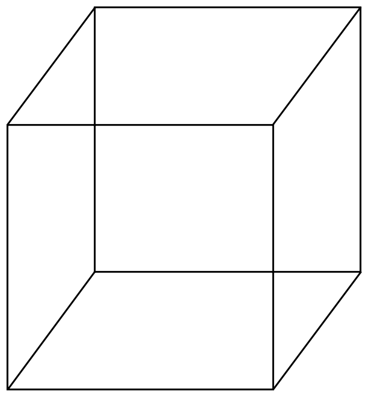
a) Hvilke andre mål enn de som er nevnt over kan du finne?
b) Hvilke volummål, oversatt til liter eller kubikkmetersystemet, representerer de målene som nå er framkommet?

Et polyeder er et legeme som er avgrenset av plane mangekanter

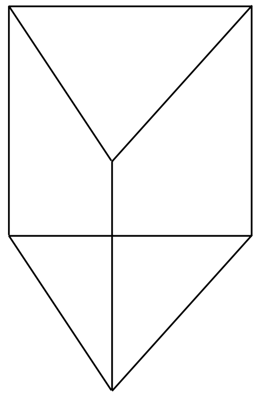
Prisme

Et prisme er et legeme som er avgrenset av to like og parallelle polygoner som er kalt endeflater. Avstanden mellom endeflatene er kalt høyden i prismet. Prismet har fått navn etter formen på endeflatene; er de firkantet er det et firkantet prisme, trekantete endeflater gir et trekantet prisme, femkantet gir femkantet prisme osv. Prismet har like mange sideflater som det har kanter i endeflaten. Er sideflatene normalt på endeflatene, har vi et rett prisme. I et firkantet prisme vil sideflatene være rektangler eller kvadrater. Et prisme som ikke er rett, er skjevt eller skrått, det blir ikke behandlet videre her.

Hvis prismet er orientert opp eller ned, blir den endeflaten som er vendt ned kalt grunnflate, mens den som vender opp blir kalt toppflate.



Figur 3.94: Firkantet, rett prisme



Figur 3.95: Trekantet, rett prisme

matemania

Denne teksten er hentet fra *Matematiske sammenhenger: Geometri*.
Skrevet av Hans Jørgen Brucker og Christoph Kirfel.
Utgitt av Caspar forlag as – www.caspar.no

Volumet av et prisme er gitt ved hvor mange ganger et legeme med et volum lik en av enhetene nevnt tidligere får plass inne i prismet. Se tilsvarende for arealer.

Måltallet for beregning av volumet av et prisme er grunnflaten ganger høyden: $V = G \cdot h$.

Overflaten av prismet er summen av arealene av sideflatene og endeflatene.

Oppgave 3.74

Tegn, klipp ut og brett en modell av et trekantet og et firkantet prisme. Ta nødvendige mål og regn ut volum og overflate av prismene.

Oppgave 3.75

Hvordan kan modellene i forrige oppgave se ut hvis volumet av begge skal være 1 liter?

Oppgave 3.76

a) Tegn to formlike trekanter. Det lineære forholdstallet er k. Vis at forholdet mellom flateinnholdene til de to trekantene er k^2. (Prøv deg frem med tall først dersom du synes det er for vanskelig å starte med bokstaver).

b) To terninger er alltid formlike. Vi tenker oss to terninger der den ene har side lik 1 lengdeenhet og den andre 3 lengdeenheter. Regn ut overflaten til de to terningene og forholdet mellom de to overflatene. Regn så ut volumet av terningene og forholdet mellom volumene. Kan du gjenta utregningene her med bokstaver? Til slutt formulerer du resultatene om forholdet mellom flateinnholdet og forholdet mellom volumene til to formlike figurer som setninger.

Oppgave 3.77

En oljetank har form som et rett, firkantet prisme. Høyden er 2,30 m, lengden er 1,00 m og bredden er 0,75 m. Regn ut volum og overflate av tanken.

Oppgave 3.78

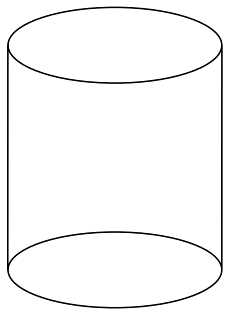
En melkekartong skal ta en liter. Ta mål av en melkekartong og finn ut hvor mye kartongen rommer. Hvor høyt opp må kartongen fylles for at den skal romme akkurat 1 liter?

Sylinder

En sylinder er et legeme som er avgrenset av endeflater med form som to like store sirkler og en krum sideflate som står normalt på endeflatene.

Volumet av en sylinder er som for prismet gitt ved grunnflaten ganger høyden. Siden grunnflaten er en sirkel, blir formelen: $V = G \cdot h = \pi r^2 \cdot h$, der r er radius i sirklene og h er avstanden mellom endeflatene.

Overflaten av sylinderen er arealet av de to sirklene pluss arealet av sideflaten. Sideflaten brettet ut blir et rektangel med sider lik høyden i sylinderen og omkretsen av sirklene. Formelen for overflaten blir da:



Figur 3.96: Sylinder

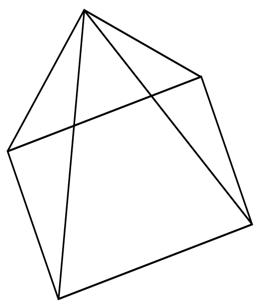
$$O = 2 \cdot G + \text{sideflaten} \;=\; 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h$$

Oppgave 3.79

Lag en modell av en sylinder som har volum 1 liter. Hva blir overflaten av sylinderen du har laget?

Pyramide

Pyramiden har et polygon som grunnflate og like mange sidekanter som antall kanter i grunnflaten. Den ender opp i en spiss. Pyramiden har navn etter antall sidekanter, en firkantet pyramide har derfor som overflate en firkant og fire trekanter.



Figur 3.97: Firkantet pyramide

Figuren ved siden av viser en rett, firkantet pyramide med kvadratisk grunnflate og likebeinte trekanter som sideflater. For å regne ut lengden av sidekantene, kan vi bruke den Pythagoreiske lærestning eller trigonometri. Høyden i pyramiden er avstanden fra spissen til grunnflaten.

Volumet av en pyramide er

$$V = \frac{1}{3} G \cdot h\,.$$

matemania

Denne teksten er hentet fra *Matematiske sammenhenger: Geometri*.
Skrevet av Hans Jørgen Brucker og Christoph Kirfel.
Utgitt av Caspar forlag as – www.caspar.no

Oppgave 3.80

Kheopspyramiden i Egypt er firkantet og har en kvadratisk grunnflate. Høyden av pyramiden er 146 m og sidekanten i grunnflaten er 230 m.

a) Hvor stort er volumet av pyramiden?

b) Hvor stort er arealet av alle sideflatene tilsammen?

Kjegle

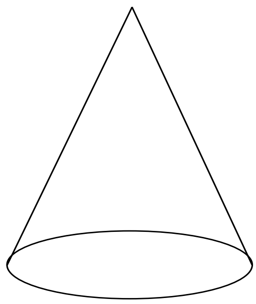
En kjegle har grunnflate som en sirkel og ender opp i en spiss.

Volumet av kjeglen er

$$V = \frac{1}{3}G \cdot h = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

der r er radius i sirkelen i grunnflaten, og h er høyden i kjeglen. Høyden er avstanden fra spissen til sentrum av sirkelen i grunnflaten (en rett kjegle).

Overflaten av kjeglen består av grunnflaten og sideflaten som utbrettet blir en sirkelsektor med radius lik sidekanten (s) i kjeglen. Sirkelsektorens sirkelbue er lik omkretsen av grunnflaten. Formelen for overflaten blir da



Figur 3.98: Kjegle

$$\begin{aligned} O &= \text{arealet av sirkelen} + \text{arealet av sideflaten} \\ &= \pi r^2 + \frac{\pi s^2 \cdot 2\pi r}{2\pi s} = \pi r^2 + \pi r s \end{aligned}$$

Oppgave 3.81

Begrunn formelen for overflaten av en kjegle.

Oppgave 3.82

Du skal lage en hatt. Hatten skal ha form som en rett kjegle med høyde 40,0 cm. Hatten skal passe til et hode med omkrets 48 cm. Gjør de nødvendige beregninger slik at du kan tegne hatten utbrettet på en papplate.

Denne teksten er hentet fra *Matematiske sammenhenger: Geometri*.
Skrevet av Hans Jørgen Brucker og Christoph Kirfel.
Utgitt av Caspar forlag as – www.caspar.no

Kule

Kule er det legemet man får ved å finne alle punkter i en bestemt avstand (radius) fra et gitt sentrum i rommet. Volumet er $V = \dfrac{4\pi r^3}{3}$, og overflaten: $O = 4\pi r^2$.

Oppgave 3.83

En ballong har form som en kule med radius 15 cm.

a) Hvor mye luft rommer ballongen?

b) Hva blir overflaten av ballongen?

matemania

Denne teksten er hentet fra *Matematiske sammenhenger: Geometri*.

Skrevet av Hans Jørgen Brucker og Christoph Kirfel.

Utgitt av Caspar forlag as – www.caspar.no