

3 Geometri som resonnerende virksomhet – fra punkt via mangekant og sirkel til romlegemer

3.1 Geometriske grunnbegreper

Å bruke språk og dermed begreper innen geometri kan synes enkelt, men det er viktig å få avklart hva man legger i begrepene. Lærebøker for grunnskolen har ulikt presisjonsnivå for beskrivelse av geometriske begreper, og noen ganger kan definisjonene synes forskjellige, se f. eks. oppgaven om vinkler lenger nede.

I følge Euklid, se også kapittel 5, er det punkt, linje og plan som er de grunnleggende begrepene. I boken *Elementer 1* starter han med 23 definisjoner og gir deretter 5 forutsetninger, også kalt aksiomer, som i følge Euklid er innlysende som ikke trenger nærmere forklaring eller bevis. Disse 5 setningene (gjengitt i dansk oversettelse av Thyra Eibe fra 1897):

Lad det være forudsat:

1. *At man kan trække en ret Linie fra et hvilket som helst Punkt til et hvilket som helst Punkt.*
2. *At man kan forlænge en begrænset ret Linie i en ret Linie ut i eet.*
3. *At man kan tegne en Cirkel med et hvilket som helst Centrum og en hvilken som helst Radius.*
4. *At alle rette Vinkler er ligestore.*
5. *At, naar en ret Linie skærer to rette Linier, og de invendige Vinkler paa samme ere mindre end to rette, saa mødes de to Linier, naar de forlænges ubegrænset, paa den Side hvor de to Vinkler ligge, der ere mindre end to rette.*

Oppgave 3.1

- a) Er dette innlysende setninger?
- b) Hva sier setning 5? Gjengi den med egne ord og sammenlikn deretter med sidemannen og se om dere har brukt de samme ordene.

—ooOOoo—

I sine 23 definisjoner tar Euklid utgangspunkt i de grunnleggende begrepene punkt, linje og plan/flate.

Definisjonene starter med følgende:

1. *Et punkt er det, som ikke kan deles.*
2. *En Linie er en Længde uden Bredde.*
3. *Flade er det, som kun har Længde og Bredde.*

Hva er da et punkt? Ideelt sett er det uten utstrekning, slik at et bilde eller tegning av et punkt som en prikk eller et kryss vil være en grov forenkling. Ideelt sett har et punkt bare en lokalisering eller en plassering.

En linje har bredde som et punkt, men uendelig lengde, ideelt sett uendelig tynn og uendelig lang. I mange sammenhenger brukes rett linje for linje, andre skiller mellom rette og krumme linjer. I mye av skolelitteraturen mener man rett linje når det er snakk om linjer, er det krumme linjer står det spesielt nevnt.

En rett linje er heller ikke enkel å definere. Euklid skriver følgende definisjon:

4. *En ret Linje er en Linje, som ligger lige mellom Punkterne paa den.*

Er dette en god definisjon? Prøv å finne en god definisjon selv.

Noen begreper er relativt enkle å definere ut fra grunnbegrepene. En stråle er en del av en linje med et endepunkt og et linjestykke er en avgrenset linje med to endepunkter.

Andre begreper trenger lengre gjennomtenkning og diskusjon for å kunne defineres. Begrepet vinkel er diskutert i Einar Jahrs artikkel «Hva er en vinkel?» i Tangenten 1/1998. Der er det gitt følgende definisjoner av en vinkel:

1. *En vinkel er en del av et plan som er avgrenset fra resten av planet ved to stråler som går ut fra samme punkt i forskjellig retning.*
2. *En plan vinkel er åpningen mellom to linjer i et plan som skjærer hverandre og ikke ligger på en rett linje.*
3. *En vinkel er en del av en strålebunt, begrenset av to stråler (på samme måte som et linjestykke er en del av en rett linje, begrenset av to punkter).*
4. *En vinkel er gitt som to stråler fra et felles endepunkt.*
5. *To stråler med felles utgangspunkt danner en vinkel. Det felles utgangspunkt kalles vinkelens toppunkt. Vinkelen mellom to slike stråler er hvor mye den ene må dreies om toppunktet for å falle sammen med den andre.*
6. *En vinkel er unionen av to stråler som har felles utgangspunkt.*

Oppgave 3.2

Hvordan vurderer du disse definisjonene av en vinkel?

Hvilken definisjon stemmer best med det du selv ville brukt som definisjon?

—ooOOoo—

Begrepet vinkel er også brukt i dagligtale; i fotball og håndball er det snakk om spiss vinkel i forhold til å skyte mål og i trafikken diskuteres synsvinkler, vinkelen på bakken og hvor mange grader man må svinge gjennom en kurve.

Oppgave 3.3

- Hva betyr det at en vinkel blir for spiss for å skyte mål i fotball? Tegn og forklar.
- Gi også andre eksempler på situasjoner der vinkelbegrepet er brukt i praktiske sammenhenger.

Oppgave 3.4

Under er det nevnt noen geometriske begreper som er brukt i skolematematikken. Mange av begrepene blir omtalt senere i kapitlet. Velg noen av begrepene og diskuter mulige definisjoner:

parallelle linjer, vinkelben, toppunkt, komplementvinkler, supplementvinkler, positiv dreieretning, vinkelmål, rett vinkel, like vinkler, stump vinkel, spiss vinkel, halveringsstråle, midtnormal, π , toppvinkler, ensrettede og motsatt rettede vinkler (samsvarende vinkler), sirkel, sirkelbue, sentrum, radius, diameter, tangent, korde, sekant, periferivinkel, sentralvinkel, areal av sirkel, omkrets av sirkel, sirkel sektor, trekanter, rettvinklet, likebeint og likesidet trekant, areal av trekant, vinkelsum i trekant, Pythagoras' læresetning, formlikhet, kongruens, målestokk, firkanter, kvadrat, rektangel, parallellogram, rombe, trapes, polygoner, innskrevet og omskrevet mangekant, innskrevet og omskrevet sirkel.

Det er viktig å være bevisst på ordene man bruker som lærer når man skal kommunisere med elevene i klasserommet. Gjennom oppgavene over vil man tenke igjennom hva man selv mener med og legger i ordene som blir brukt, men i hvilken grad kan man vite om elevene oppfatter det som blir sagt slik det er ment? En aktivitet som viser noe av vanskelighetene med kommunikasjon er følgende:

Lag en enkel strektegning. La sidemannen tegne denne uten å se tegningen og bare ved å bruke geometriske begreper i forklaringen (dvs. uten å si ansikt, tre, hus, båt osv.). Man kan også bestemme at den som tegner ikke får spørre om noe, bare si ifra om tegningen er ferdig så langt. Den som forklarer skal heller ikke se tegningen til den andre underveis.

I klasserommene viser det seg at vi som lærere har lett for å snakke en stor del av tiden. Mange elever stiller ikke spørsmål når de lurere på noe. Når mye av informasjonen kommer fra læreren uten at mange av elevene ber om nærmere forklaring, og vi ser hvor lett det er å misforstå det som blir sagt, viser det viktigheten av presisjon og grundighet fra lærerens side.

Man kan også tenke seg andre aktiviteter som skattekart, tegning av kart over skolevei eller nærområdet.

Aktivitetene gir trening i å tegne kart, og dermed målestokk, og det å trekke ut vesentlige detaljer i kartet.

Disse aktivitetene kan godt brukes overfor elever på ulike klassetrinn i grunnskolen. Tenk igjennom hvilke krav som kan stilles på forskjellige trinn.

