2.2 Flisespikkerier

Fliselegging og brosteinslegging er gamle kunster som det står stor respekt av. Samtidig har de også en interessant matematisk dimensjon som åpner for aktiviteter i skolen. Vi tenker mest på fliser som klippes til i papir eller papp. Aktivitetene vil være med på å øke innsikten i symmetribegrepet. Samtidig gir aktivitetene store muligheter for variasjon, fantasi og utfoldelse som enhver matematikklærer med fordel kan flette dem inn i undervisningen. Samtidig kan man forene kunst- og håndverksfaget og matematikken og muligens holde på motivasjonen når mange synes matematikk er kjedelig og teoretisk.

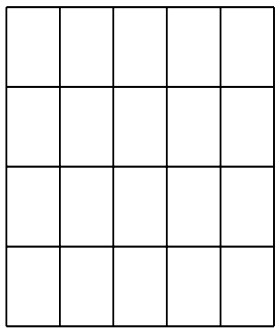
Felles for aktivitetene som følger er at vi ved hjelp av *en eneste* flisetype ønsker å dekke et stort gulv, en stor flate, tavle eller et bilde. Vi kan tenke oss at flisen skal serieproduseres og at det derfor er mest hensiktsmessig at alle flisene er like. Spørsmålet vi stiller er: Hvilken form kan flisen ha hvis den skal kunne dekke planet?

Vi skal vise hvordan vi med utgangspunkt i ett av grunnmønstrene (kvadrat, rektangel, parallellogram, generell firkant, sekskant eller trekant) kan forandre flisen slik at den kanskje får runde eller taggete sider mens den fortsatt skal kunne dekke planet.

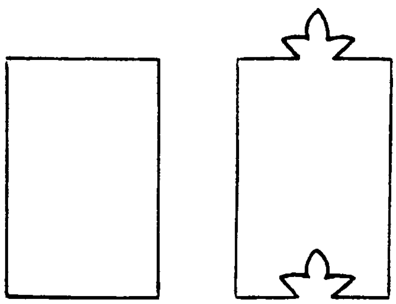
Parallellforskyvning

Først gir vi et enkelt eksempel. Rektangelmønsteret er utgangspunktet. I figur 2.13 ser vi en enkel flis som vi har forandret på en spesiell måte. Vi har forandret to parallelle sider slik at forandringen på den ene nøyaktig svarer til forandringen på den andre.

Den nye flisetypen vil kunne dekke et gulv. Vi har brukt *parallellforskyvning*. (Om parallellforskyving og symmetri se kapittel 3.9) Parallellforskyvningen av kantforandringen gir oss en «lovlig» flisvariant fordi grunnmønsteret – rektangelmønsteret – selv var translasjonssymmetrisk. Det vi si at en parallellforskyvning av hele mønsteret vil falle sammen med det opprinnelige mønsteret.



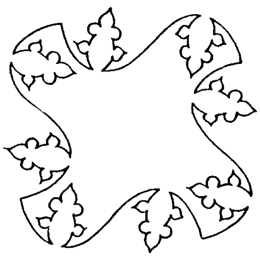
Figur 2.12



Figur 2.13

matemania

Denne teksten er hentet fra *Matematiske sammenhenger: Geometri*.
Skrevet av Hans Jørgen Brucker og Christoph Kirfel.
Utgitt av Caspar forlag as – www.caspar.no

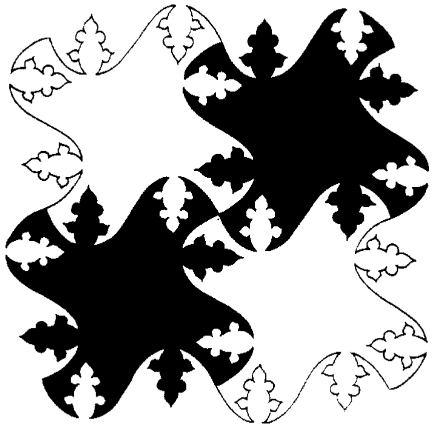


Figur 2.14

Her ser du en flisetype som nettopp benytter seg av dette prinsippet på en noe mer forseggjort måte. Legg også merke til at teknikken er brukt ikke bare på de vannrette men også på de loddrette kantene.

Mønstert som dannes av denne flisetypen ser slik ut:

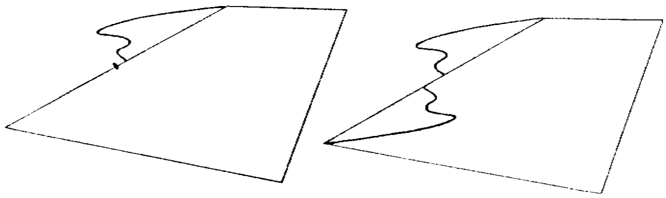
Taggene passer perfekt inn i hverandre og hele gulvet kan dekkes ved hjelp av vår selvproduserte flisetype.



Figur 2.15

Rotasjonssymmetri

Mange av våre grunnmønstre har andre symmetrier enn translasjonssymmetri (parallellforskyvningssymmetri). Mønsteret som dannes av kopier av en generell firkant er f.eks. rotasjonssymmetrisk om flisesidenes midtpunkter. Mønsteret som likner på en hønsenetting er vist i figurene 2.8, 2.9 og 2.11. En rotasjon av hele mønsteret om midtpunktet på en side med 180 grader fører strukturen over i seg selv. Det må derfor være mulig å gjøre en vilkårlig forandring på den ene halvparten av en side, dersom vi gjør det «godt igjen» på den andre halvparten. Dette får vi til ved å *rotere* vår «utskeielse» om sidens midtpunkt. På figurene som følger ser vi de forskjellige stegene i utviklingen av et slikt flisemønster.

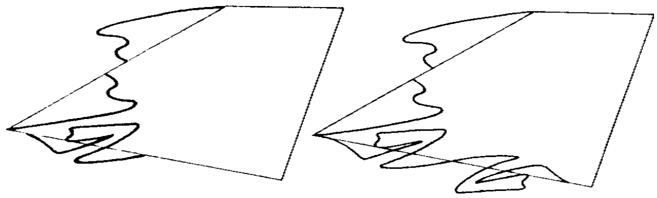


Figur 2.16

matemania

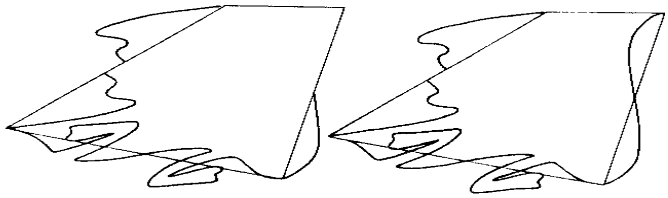
Denne teksten er hentet fra *Matematiske sammenhenger: Geometri*.
Skrevet av Hans Jørgen Brucker og Christoph Kirfel.
Utgitt av Caspar forlag as – www.caspar.no

Først forandres en halv kant. Så speiles forandringen til den andre halvparten (speiling om sidemidtpunkt). Deretter går en løs på den neste siden.

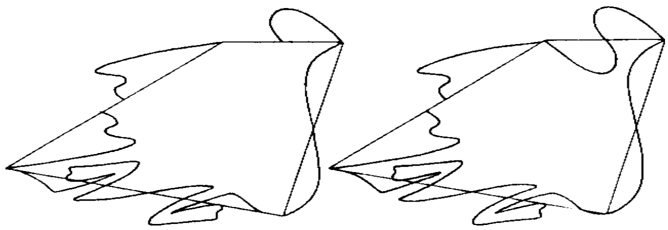


Figur 2.17

En annen forandring kan velges dersom en passer på rotasjons-symmetrien. Denne gangen er det midtpunktet på den *nye* siden som skal være senteret for rotasjonen.



Figur 2.18



Figur 2.19

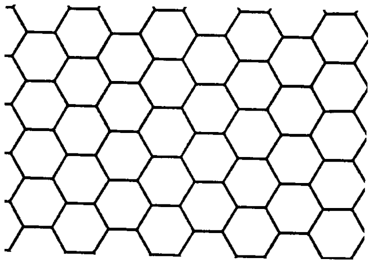
Vi fortsetter på denne måten til alle de fire kantene har fått en ny fasong. Vi har altså laget en svaneflis ved hjelp av den beskrevne teknikken. Det fantastiske er at lager vi oss mange slike svanefliser vil de automatisk passe sammen.

Figur 2.20

matemania

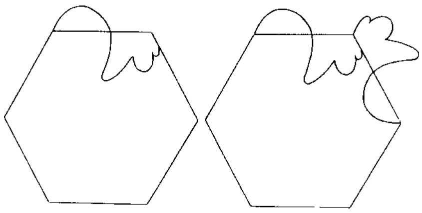
Denne teksten er hentet fra *Matematiske sammenhenger: Geometri*.
Skrevet av Hans Jørgen Brucker og Christoph Kirfel.
Utgitt av Caspar forlag as – www.caspar.no

I vårt eksempel valgte vi et firkantmønster med rotasjonssymmetri om sidemidtpunktene som utgangspunkt. Andre mønstre kan være rotasjonssymmetriske om et *hjørnepunkt* av flisen slik som det kjente bikubemønsteret som består av regelmessige sekskanter.



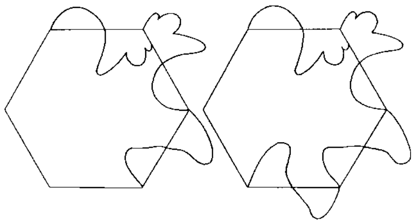
Figur 2.21

I dette eksempelet starter vi med en regelmessig sekskant.
Vi foretar først en forandring av den ene flisesiden. Vi står helt fritt og behøver ikke passe på noe punktsymmetri om sidemidtpunktet. Til gjengjeld står vi ikke lenger fritt når det gjelder nabosiden (med urviseren). Den nye formen må roteres om hjørnepunktet (mellom de to nabosidene) med 120°.



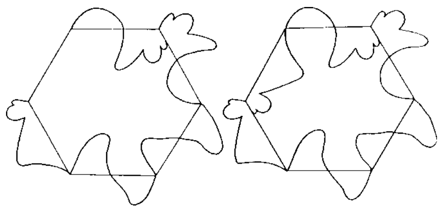
Figur 2.22

Vi tar så for oss side nummer 3 (med urviseren), forandrer denne og roterer forandringen slik at også den fjerde siden er bestemt.



Figur 2.23

Den samme teknikken brukes deretter på de to gjenstående sidene. Figur 2.24 viser fremgangsmåten i detalj.

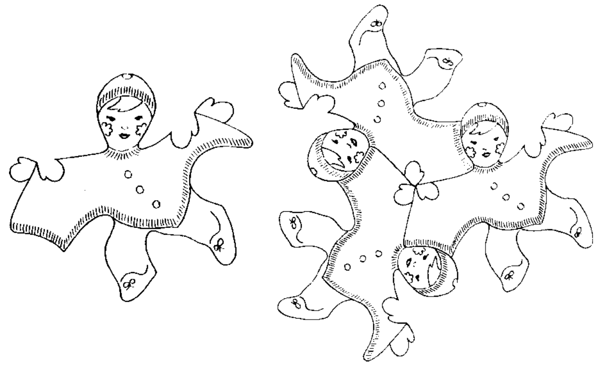


Figur 2.24

matemania

Denne teksten er hentet fra *Matematiske sammenhenger: Geometri*.
Skrevet av Hans Jørgen Brucker og Christoph Kirfel.
Utgitt av Caspar forlag as – www.caspar.no

Flisene vil møtes på tre forskjellige måter. Her ser vi en av dem:

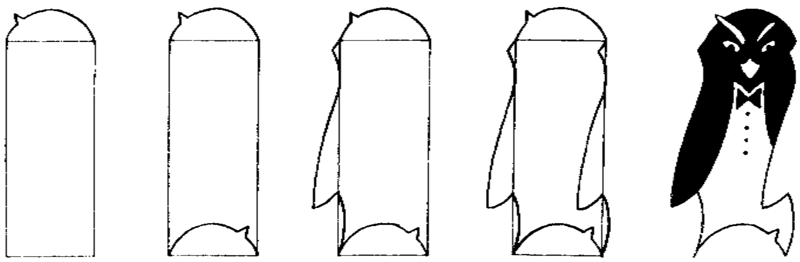


Figur 2.25

Glidespeiling

En siste teknikk er den såkalte glidespeilingen. (Se også kapittel 3.9) Skal den anvendes, må også baksiden av flisen få lov å synes. Dette er ikke noe problem så lenge vi holder oss til papirfliser. Forutsetningen er at flisen har to par like lange sider. Det enkleste er å velge et parallellogram (eller rett og slett et rektangel) som utgangspunkt.

Det nye trikset er følgende: Vi forandrer den ene siden på en vilkårlig måte, men før vi forskyver forandringen til den motstående siden, speiler vi den om sidens midtnormal. Så forskyver vi den speilvendte utgaven til den andre siden. Legg merke til at tuppene på buene peker i forskjellige retninger. For de resterende sidene bruker vi en vanlig parallellforskyvning slik vi gjorde helt i starten.



Figur 2.26

Siden vi brukte aksespeiling blir det også nødvendig å ta baksiden av flisen i bruk når vi legger flisene utover gulvet. I figur 2.27 ser du det ferdige resultatet. Disse metodene har vært brukt av den nederlandske kunstneren M.C. Escher (Seymour & Britton, 1989) som har laget hundrevis av slike mønstre som på mesterlig vis utnytter de beskrevne teknikkene. Med disse teknikkene åpner det seg nå et hav av muligheter til formingsaktiviteter i matematikk-

matemania

Denne teksten er hentet fra *Matematiske sammenhenger: Geometri*.
Skrevet av Hans Jørgen Brucker og Christoph Kirfel.
Utgitt av Caspar forlag as – www.caspar.no

undervisningen. Flere interessante og av og til vanskelige spørsmål kan drøftes til og med av barneskoleelever:

Oppgave 2.3
Hvilke teknikker kan vi bruke samtidig på en flis? Går parallellforskyvning på et sidepar og punktspeiling om sidemidtpunktene av de resterende sidene sammen? Hvordan må grunnmønsteret da se ut? Må det være et kvadratmønster, eller holder det med et trapesmønster?

Figur 2.27

Oppgave 2.4
Vi starter med en vilkårlig forandring av den ene halvsiden. Hvordan får vi – rent teknisk – overført denne forandringen til den andre halvparten på en eksakt og effektiv måte?

Oppgave 2.5
En annen utfordring vil ligge i å skrive en instruksjon til fliseleggeren som skal legge et gulv med fliser av spesialdesign. Er flisen litt frynsete og vrien kan det nemlig være litt av et puslespill å finne den rette plasseringen av flis nummer 2 når flis nummer 1 er lagt. Å skrive en slik instruksjon kan være en meget bra øvelse i matematisk språkbruk.

Oppgave 2.6
Hvilken metode kan vi bruke for å produsere mange fliser av akkurat samme form når vi først har bestemt oss for hvilken fasong vi ønsker flisene skal ha?

Til slutt kan en gjerne fargelegge flisene og tegne former, motiver, ansikter eller dyr inni selve flisen. Dette vil gjøre det enda mer spennende å se hvordan mønsteret tar seg ut når flisene blir lagt utover og koblet sammen.

matemania

Denne teksten er hentet fra *Matematiske sammenhenger: Geometri*.
Skrevet av Hans Jørgen Brucker og Christoph Kirfel.
Utgitt av Caspar forlag as – www.caspar.no

Figur 2.28: Black and white together! (I glidespeilingsteknikk)

matemania

Denne teksten er hentet fra *Matematiske sammenhenger: Geometri*.
Skrevet av Hans Jørgen Brucker og Christoph Kirfel.
Utgitt av Caspar forlag as – www.caspar.no